Das Wahrscheinlichkeitsrechnen

1 Grundbegriffe zur Wahrscheinlichkeitstheorie

Aufgabe: Kommentieren Sie folgende Aussagen hinsichtlich ihrer Korrektheit!

- Der Sportreporter eines Fußballspiels spricht von einer „100-%-igen Torchance", die ein Stürmer vergab.
- Über einen Genossen wird gesagt, er sei ein „150-%-iger".
- Jemand sagt: „Da bin ich mir zu 1000 % sicher!"
- Als der britische Passagierdampfer „Titanic" am 2. April 1912 in den Dienst gestellt wurde, war es das größte Schiff der Welt und galt als unsinkbar.

  Zwölf Tage später kollidierte die „Titanic" mit einem Eisberg …
- Als die Euro-Banknoten am ersten Geltungstag am 1. Januar 2002 in Umlauf gebracht wurden, hieß es, diese seien „fälschungssicher".

  Seit 2005 wurde eine zweite Generation von Euro-Banknoten entwickelt und wieder hieß es, sie seien „fälschungssicher".
- Die Sicherheitskonzepte für Atomkraftwerke zielen auf einen maximalen Grad an Sicherheit gegenüber technischen Fehlern und Fehlhandlungen von Menschen.

  Im März 2011 gab es mehrere Explosionen in Reaktorblöcken des Kernkraftwerkes Fukushima im Hochtechnologieland Japan.

– Viele Ereignisse sind nicht genau vorherbestimmbar.
→ Sie haben Zufallscharakter.
(stochastischen Charakter, griech. „stochos" = dt. „Mutmaßung")

– Die Wahrscheinlichkeitsrechnung erlaubt, die Gesetze des Zufalls und damit die Wirkung von Entscheidungen unter Zufallseinflüssen zu bestimmen.
z. B.: Für einen Betrieb mit Massenproduktion lässt sich die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Ausschussproduktes (= „zufälliges Ereignis") berechnen.
→ Ausgangspunkt der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist das Zufallsexperiment.

– <u>Zufallsexperiment:</u> Vorgang,
der nach einer feststehenden Vorschrift beliebig oft wiederholbar sein muss,
dessen Ergebnis vom Zufall abhängt,
bei dem man vor Beginn des Versuchs alle denkbaren Ergebnisse angeben kann.
→ Münze zeigt „Wappen" oder „Zahl"
→ Würfel zeigt 1 oder 2 oder 3 oder 4 oder 5 oder 6

– <u>Zufallsgröße:</u> Variable, die je nach Ergebnis des zufälligen Versuchs verschiedene reelle Werte annehmen kann.
→ Beim Werfen einer Münze kann es die Ergebnisse „Wappen“ oder „Zahl“ geben.
→ Beim Würfeln kann es die Ergebnisse 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 geben.

– <u>Ergebnis und Ereignis:</u> Ein Ereignis E lässt sich durch eine Menge von Ergebnissen beschreiben.
Ein Ereignis tritt ein, wenn eines der günstigen Ergebnisse eintritt.

$$\textbf{Wahrscheinlichkeit P(E)} = \frac{\textbf{Zahl der günstigen Fälle}}{\textbf{Zahl der möglichen Fälle}}$$

P von engl. „probability“ = dt. „Wahrscheinlichkeit“

<u>Beispiel:</u> Aus einer Urne mit 50 nummerierten Kugeln (1 bis 50) wird eine Kugel gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P, eine Kugel zu ziehen, deren Nummer eine durch 3 teilbare Zahl ist?

Die Menge der günstigen Ergebnisse ist $E = \{3 ; 6 ; 9 ; 12 ; ... ; 45 ; 48\}$.

→ Die Zahl der günstigen Fälle ist 16, die Zahl der möglichen Fälle 50.

→ Die Wahrscheinlichkeit ist $P(E) = \frac{16}{50} = 0{,}32 = \mathbf{32\ \%}$

Man unterscheidet sichere, unmögliche und zufällige Ereignisse E:

<u>sicheres Ereignis:</u>
Unter bestimmten Bedingungen tritt **immer** das Ereignis E ein.
z. B.: Würfeln einer 1 oder 2 oder 3 oder 4 oder 5 oder 6

<u>unmögliches Ereignis:</u>
Das Ereignis E tritt **nie** ein.
z. B.: Würfeln einer 7

<u>zufälliges Ereignis:</u>
Das Ereignis E **kann** eintreten, muss **aber nicht** eintreten.
z. B.: Würfeln einer 3

Würfelt man einen Würfel 60mal, so könnte das zufällige Ereignis E („Würfeln einer 3“) 11mal auftreten. Die **absolute Häufigkeit** im Beispiel ist 11.

→ Die **relative Häufigkeit** ist h(E) = $\frac{11}{60}$ = 0,18333 = **18,33 %**

Je häufiger man würfelt (600mal, 6.000mal, 60.000mal, …), desto mehr nähert sich die relative Häufigkeit dem Wert für die Wahrscheinlichkeit an.

→ Die **Wahrscheinlichkeit** ist P(E) = $\frac{1}{6}$ = 0,16667 = **16,67 %**

Während die Ergebnisse von Aufgaben der Kombinatorik ganze Zahlen sind, liegen die Ergebnisse von Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung zwischen 0 (Wahrscheinlickeit = 0 %) und 1 (Wahrscheinlichkeit = 100 %).

Es gibt verschiedene Schreibweisen für die Ergebnisse von Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die inhaltlich die gleiche Bedeutung besitzen:

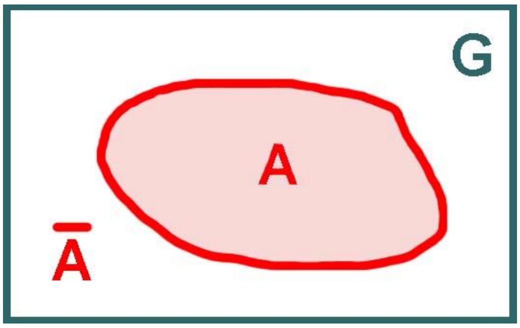
z. B.: h(E) =	$\frac{11}{60}$	Ergebnis als Bruch
=	0,18333	Ergebnis als Dezimalbruch
=	**18,33 %**	Ergebnis als Prozentzahl
=	11 von 60	Ergebnis als Quote
=	11 zu 49	Ergebnis als Verhältniszahl

2 Das Verknüpfen von Ereignissen

2.1 Das Gegenereignis (auch: komplementäres Ereignis)

Ereignisse werden oft nicht isoliert, sondern im Zusammenhang mit anderen Ereignissen betrachtet. Drei solche Verknüpfungen sind
- das Gegenereignis,
- das UND-Ereignis,
- das ODER-Ereignis.

Gegenereignis:



Ist A ein zufälliges Ereignis,
so heißt das Ereignis, das dann eintritt,
wenn **A** **nicht** eintritt,
das zu **A** entgegengesetzte
(komplementäre) Ereignis $\overline{A}$
(sprich: „nicht A“).

$$A \cup \overline{A} = 1 = G$$

$$A \cap \overline{A} = 0$$

Komplementärregel:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 = G$$

Regel von DE MORGAN:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Augustus DE MORGAN
(1806 – 1871),
englischer Mathematiker

1.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim einmaligen Werfen mit einem Würfel keine „4“ zu werfen?

2.) Wie groß ist beim einmaligen Werfen von zwei verschieden farbigen Würfeln die Wahrscheinlichkeit, ...

a) ... mit beiden Würfeln **<u>nicht</u>** die gleiche Augenzahl zu werfen?

b) ... dass die Summe der Augenzahlen kleiner als 12 ist?

Ausschnitt aus „Buben beim Würfelspiel“
von Bartolomé Estéban Murillo (1617 – 1682)

3.) Ein Würfel wird viermal geworfen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass maximal dreimal die „2“ gewürfelt wird?

4.) Ein Würfel wird zweimal geworfen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, ...

a) ... dass die Summe der Augenzahlen höchstens 5 ist?
b) ... dass die Summe der Augenzahlen mindestens 6 ist?
c) ... dass die Summe der Augenzahlen größer als 6 ist?
d) ... dass das Produkt der Augenzahlen größer als 4 ist?
e) ... dass die „5“ mindestens einmal auftritt?
f) ... dass die „5“ höchstens einmal auftritt?

5.) Ein Würfel wird dreimal geworfen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, ...

a) ... dass die Summe der Augenzahlen mindestens 7 ist?
b) ... dass die „6“ mindestens einmal auftritt?
c) ... dass die „6“ mindestens zweimal auftritt?
d) ... dass die „6“ höchstens zweimal auftritt?

6.) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich beim Skatspielen im Skat …

a) … zwei Unter befinden?

b) … zwei Luschen (also: „7“, „8“ oder „9“) befinden?

c) … der Eichel- und der Grün-Unter befinden?

d) … keine Unter befinden?

7.) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass man beim einmaligen Werfen von vier unterscheidbaren Münzen gleichzeitig ...

a) ... mindestens einmal „Zahl“ wirft?

b) ... mindestens zweimal „Zahl“ wirft?

c) … mindestens dreimal „Zahl“ wirft?

d) … höchstens dreimal „Zahl“ wirft?

e) … höchstens zweimal „Zahl“ wirft?

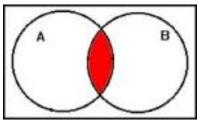
f) … höchstens einmal „Zahl“ wirft?

2.2 Das UND-Ereignis (auch: Durchschnittsereignis)

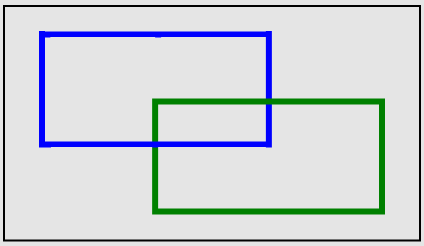
Das UND-Ereignis ($A \cap B$) tritt ein, wenn sowohl das Ereignis A als auch das Ereignis B eintritt.

Multiplikationssatz:

$$\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$$



8.) Ein Würfel wird einmal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gewürfelte Zahl **sowohl** gerade **als auch** kleiner als 5 ist?



9.) Aus einer Urne mit 20 gleichartigen, von 10 bis 29 nummerierten Kugeln wird eine Kugel gezogen. Die Kugel wird nach jedem Ziehen wieder zurückgelegt. Welche Ergebnisse gehören zu dem jeweiligen Ereignis?

a) E_1: Die gezogene Zahl ist durch 6 teilbar.

b) E_2: Die gezogene Zahl ist größer als 20.

c) E_3: Die gezogene Zahl ist durch 6 teilbar und größer 20.

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P(E_1)$?

e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P(E_2)$?

f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P(E_3)$?

10.) Ein Würfel wird einmal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ...

a) ... eine „2“ oder „5“ zu werfen?

b) ... eine durch 2 teilbare Zahl zu werfen?

c) ... mindestens vier Augen zu werfen?

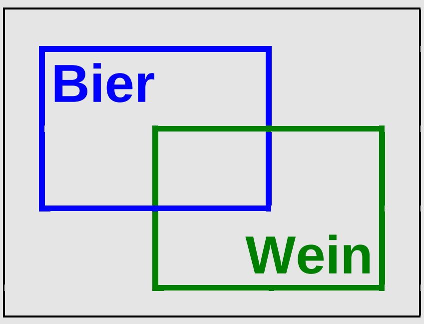
11.) 70 % aller Sachsen trinken Bier, 60 % Wein.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Sachse ...

a) ... Bier und Wein trinkt?
b) ... Bier, aber keinen Wein trinkt?
c) ... kein Bier, aber Wein trinkt?
d) ... weder Bier noch Wein trinkt?

Lösung mit Multiplikationssatz:

Lösung mit Baumdiagramm:

Lösung mit Venn-Diagramm:

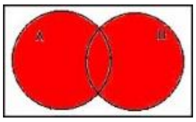


2.3 Das ODER-Ereignis

Das ODER-Ereignis ($A \cup B$) tritt ein, wenn das Ereignis A eintritt oder das Ereignis B eintritt oder beide Ereignisse A und B eintreten.

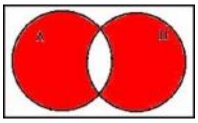
Additionssatz:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



das ODER-Ereignis

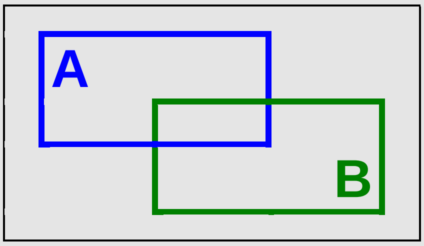
Hinweis: Das ODER-Ereignis nicht mit dem Ereignis „Entweder oder“ verwechseln.



das Ereignis „Entweder oder“

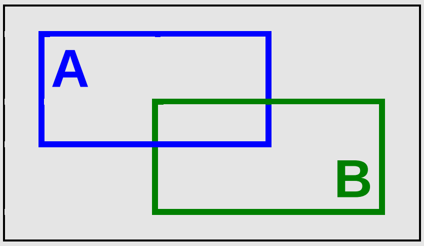
12.) Ein Würfel wird einmal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gewürfelte Zahl eine gerade Zahl **oder** eine Zahl kleiner als 5 ist?

Lösung mit Venn-Diagramm:



13.) Ein Würfel wird einmal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gewürfelte Zahl **entweder** eine gerade Zahl **oder** eine Zahl kleiner als 5 ist?

Lösung mit Venn-Diagramm:



14.) Zwei verschieden farbige Würfel werden einmal geworfen. Wie wahrscheinlich ist es, dass ...

a) ... die Augensumme 2 oder 12 ist?
b) ... die Augensumme 4 oder 6 ist?
c) ... die Augensumme 4 oder 6 oder 8 ist?
d) ... die Augensumme mindestens 10 ist?
e) ... die Augensumme 4 oder 6 oder mindestens 10 ist?
f) ... die Augensumme größer als 8 ist?
g) ... zwei ungerade Zahlen auftreten?
h) ... gleiche Augenzahlen (ein Pasch) auftreten?
i) ... verschiedene Augenzahlen (kein Pasch) auftreten?
j) ... die Augensumme mindestens 10 oder ein Pasch auftritt?

15.) Ein Roulette besteht aus 37 Felder mit den Zahlen 0 bis 36, davon sind 18 Felder schwarz und 18 Felder rot. Bei 0 (weiß) gewinnt die Bank. Es wird eine Kugel einmal gerollt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel liegen bleibt auf einem Feld ...

a) ... mit einer ungerade Zahl (impair)?

b) ... mit einer schwarze Zahl (noir)?

c) ... mit einer Zahl aus dem oberen Dutzend (1 bis 12)?

d) ... mit einer Zahl größer als 18?

16.) In einer Urne liegen 8 rote, 10 blaue, 3 weiße und 9 schwarze Kugeln. Wie wahrscheinlich ist es, dass beim einmaligen Ziehen mit Zurücklegen ...

a) ... eine rote Kugel gezogen wird?

b) ... eine blaue Kugel gezogen wird?

c) ... entweder eine rote oder eine blaue Kugel gezogen wird?

d) ... entweder eine weiße oder eine schwarze Kugel gezogen wird?

e) ... keine blaue Kugel gezogen wird?

17.) Eine Urne enthält 20 weiße, 30 rote und 50 blaue Kugeln.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim einmaligen Ziehen ...

a) ... eine weiße Kugel gezogen wird?

b) ... eine rote oder eine blaue Kugel gezogen wird?

18.) Eine Urne enthält 20 grüne, 30 rote und 50 blaue Kugeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim zweimaligen Ziehen mit Zurücklegen ...

a) ... mindestens eine rote oder blaue Kugel gezogen wird?

b) ... zuerst eine rote, dann eine blaue Kugel gezogen wird?

19.) Aus den natürlichen Zahlen 1, 2, 3, ..., 99, 100 wird zufällig eine Zahl gewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ausgewählte Zahl ...

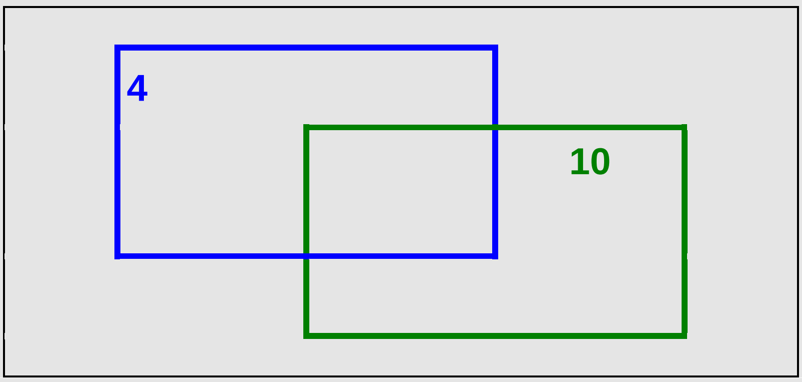
a) ... durch 4 teilbar ist?

b) ... durch 10 teilbar ist?

c) ... durch 4 und 10 teilbar ist?

d) ... durch 4 oder 10 teilbar ist?

Lösung mit Venn-Diagramm:



20.) Aus den natürlichen Zahlen 1, 2, 3, ..., 99, 100 wird zufällig eine Zahl gewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ausgewählte Zahl ...

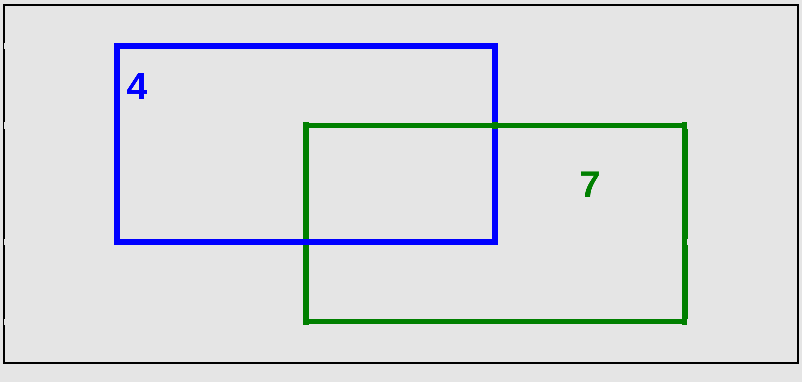
a) ... durch 4 teilbar ist?

b) ... durch 7 teilbar ist?

c) ... durch 4 und 7 teilbar ist?

d) ... durch 4 oder 7 teilbar ist?

Lösung mit Venn-Diagramm:



21.) Beim Skatspiel erhalten die drei Mitspieler jeweils zehn Karten. Zwei Karten liegen im Skat. Noch sind keine Karten aufgenommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Skat …

a) ... der „Alte“ (Eichel-Unter) liegt?

b) ... zwei Karten der Farben Schell und/oder Rot liegen?

c) ... zwei Rot-Karten liegen?

d) … die Grün-Dame und der Grün-König liegen?

22.) Aus den natürlichen Zahlen von 21 bis 40 wird zufällig eine Zahl gewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ausgewählte Zahl ...

a) ... durch 4 teilbar ist?

b) ... durch 5 teilbar ist?

c) ... durch 8 teilbar ist?

d) ... durch 5 und durch 8 teilbar ist?

e) ... durch 4 oder durch 5 oder durch 8 teilbar ist?

23.) Aus einem Skatspiel wird zufällig eine Karte gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogene Karte ...

a) ... eine „9“ ist?

b) ... eine Lusche (eine „7“ oder „8“ oder „9“) ist?

c) ... grün ist?

d) ... grün und eine Lusche ist?

e) ... grün oder eine Lusche ist?

24.) Beim Skatspiel erhalten die drei Spieler jeweils zehn Karten. Zwei Karten liegen im Skat. Einer der Skatspieler schaut sein Skatblatt (zehn Skatkarten) an. In seinem Blatt befindet sich nicht der „Alte“ (Eichel Unter).

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der „Alte“ (Eichel Unter) im Skat liegt?

25.) Beim Skatspiel erhalten die drei Mitspieler jeweils zehn Karten. Zwei Karten liegen im Skat. Einer der Skatspieler schaut in sein Skatblatt (zehn Skatkarten) an. In seinem Blatt befindet sich kein „Wenzel“ (Unter).

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Skat sowohl der „Alte“ (Eichel-Unter) als auch der „Grüne“ (Grün-Unter) liegen?

26.) Die Wahrscheinlichkeit für das günstige Ereignis eines Zufallversuchs sei 25 % / 30 %. Wie oft wird das Ereignis wahrscheinlich auftreten, wenn der Versuch …

a) ... 100mal durchgeführt wird?

b) ... 200mal durchgeführt wird?

c) ... 240mal durchgeführt wird?

d) ... 280mal durchgeführt wird?

e) ... 300mal durchgeführt wird?

27.) Die Wahrscheinlichkeit für das günstige Ereignis eines Zufallversuchs sei P = 0,45. Wie oft muss der Zufallsversuch ungefähr durchführt werden, damit das Ereignis 90mal eintritt?

28.) Drei Würfel werden einmal geworfen. Wie wahrscheinlich ist es, dass ...

a) ... alle drei Würfel eine „4“ zeigen?

b) ... genau zwei Würfel eine „4“ zeigen?

c) ... genau ein Würfel eine „4“ zeigt?

d) ... kein Würfel eine „4“ zeigt?

e) ... alle drei Würfel die gleiche Augenzahl zeigen?

f) ... genau zwei Würfel die gleiche Augenzahl zeigen?

g) ... mindestens zwei Würfel die gleiche Augenzahl zeigen?

29.) Bei einem dreistufigen Produktionsprozess gibt es für ein bestimmtes Produkt A auf der 1. Stufe 10 %, auf der 2. Stufe 15 % und auf der 3. Stufe 20 % fehlerhafte Stücke. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ...

a) ... fehlerfreie Stücke aus der Produktion zu erhalten?

b) ... Stücke mit genau einem Fehler zu erhalten?

c) ... Stücke mit zwei oder drei Fehlern zu erhalten?

30.) Ein Multiple-choice-Test enthält je Aufgabe genau fünf Antwortmöglichkeiten, von denen genau eine Antwort richtig und genau vier Antworten falsch sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man bei drei Aufgaben ...

a) ... alle Antworten richtig rät?

b) ... genau eine Antwort richtig rät?

c) ... genau zwei Antworten richtig rät?

d) ... mindestens eine Antwort richtig rät?

e) ... mindestens zwei Antworten richtig rät?

31.) Ein Produkt durchläuft nacheinander drei Testgeräte. Gerät 1 sortiert alle fehlerhaften Produkte mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % aus, Gerät 2 mit 92 % und Gerät 3 mit 93 %. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ...

a) ... ein fehlerhaftes Produkt übersehen wird?

b) ... ein fehlerhaftes Produkt entdeckt wird?

32.) Ein Betrieb verarbeitet die Produkte A und B zu Endprodukten. Der Lieferant liefert 1.000 Stück von A mit einer Ausschusswahrscheinlichkeit von 2 % und 1.000 Stück von B mit einer Ausschusswahrscheinlichkeit von 1,5 %.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ausschussstück in die Produktion eingeht?

b) Wie sieht das Ergebnis aus, wenn der Lieferant 2.000 Stück von A und 5.000 Stück von B liefern würde?

33.) Aus einem Skatspiel werden dreimal jeweils eine Karte mit Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ...

a) ... drei Asse zu ziehen?
b) ... genau zwei Kreuz-Asse zu ziehen?
c) ... genau zwei Kreuz-Asse nacheinander zu ziehen?
d) ... genau ein Ass zu ziehen?
e) ... mindestens ein Ass zu ziehen?

34.) Ein Auto läuft nur dann einwandfrei (ohne Defekt = „o“), wenn Motor, Bremsen und Elektrik in Ordnung sind. Die Ausfallwahrscheinlichkeit jedes Aggregates beträgt 3 %. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Auto defekt (Defekt = „D“)?

35.) Eine Fußballmannschaft gewinnt mit 40 % Wahrscheinlichkeit, spielt mit 35 % unentschieden und verliert mit 25 %. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt die Mannschaft genau drei von vier Spielen?

36.) Ein Würfel wird sechsmal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jede Augenzahl genau einmal auftritt?

3 Eine „faire“ Wette

37.) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis, wenn die Chancen ...

a) ... 1 : 1 stehen?

b) ... 1 : 3 stehen?

c) ... 1 : 4 stehen?

d) ... 2 : 3 stehen?

e) ... 4 : 1 stehen?

f) ... 9 : 1 stehen?

Ein Glücksspiel gilt dann als fair, wenn beide Parteien gleiche Chancen (1 : 1) haben oder der Wetteinsatz die unterschiedlichen Gewinnchancen korrekt berücksichtigt.

Beispiel: Max weiß nicht, auf welchen Wochentag (Montag, Dienstag, …, Sonntag) ein bestimmtes Datum fällt. Die Eintrittswahrscheinlichkeit für einen bestimmten Wochentag beträgt 1 aus 7 (auch: 0,14 oder 14 %).

→ Die Zahl der günstigen Fälle ist 1, die Zahl der möglichen Fälle ist 7.

→ Die Wahrscheinlichkeit ist $P(E) = \frac{1}{7} = 0{,}14 = \mathbf{14\ \%}$.

Die Chancen für eine faire Wette stehen bei 1 **:** 6.

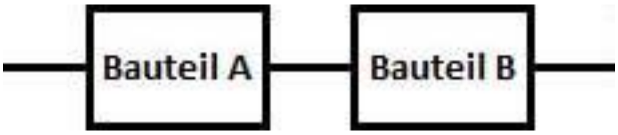
Will Max also gegen einen anderen Spieler eine faire Wette eingehen, dann müsste sein Wettgegner den sechsfachen Einsatz setzen.

38.) Beim Fußballtoto gibt es pro Spiel drei verschiedene Ergebnismöglichkeiten: Sieg, Unentschieden oder Niederlage. Wie wieviel muss man bei zwei Euro Wetteinsatz und fairer Wette erhalten, wenn beide Mannschaften als gleichstark eingeschätzt werden?

39.) Max wettet zehn Euro, dass Elise es nicht schafft, beim einmaligen Werfen von zwei Würfeln einen Pasch zu werfen.
Wieviel muss Elise dagegen setzen, damit die Wette fair ist?

40.) Max wettet zehn Euro, dass Elise es auch in zwei Versuchen nicht schafft, beim Werfen von jeweils zwei Würfeln einen Pasch zu werfen.
Wieviel muss Elise dagegen setzen, damit die Wette fair ist?

41.) In einer Anlage wurden zwei Bauteile wie folgt eingebaut. Die einzelnen Bauteile funktionieren mit einer Fehleranfälligkeit von 2 % bzw. 3 %.



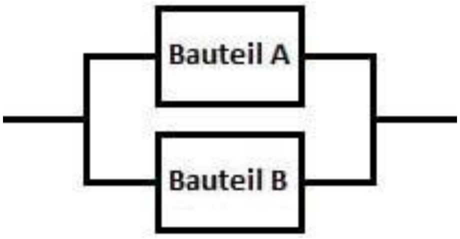
a) Wie wahrscheinlich ist es, dass die Anlage funktioniert?
b) Wie wahrscheinlich ist es, dass nur das Bauteil A fehlerhaft ist?
c) Wie wahrscheinlich ist es, dass nur das Bauteil B fehlerhaft ist?
d) Wie wahrscheinlich ist es, dass beide Bauteile gleichzeitig fehlerhaft sind?
e) Wie wahrscheinlich ist es, dass mindestens ein Bauteil fehlerhaft ist?
f) Wie wahrscheinlich ist es, dass höchstens ein Bauteil fehlerhaft ist?

42.) In einer Anlage wurden drei Bauteile wie folgt eingebaut. Die einzelnen Bauteile funktionieren mit einer Fehleranfälligkeit von 2 %, 3% bzw. 5 %.

a) Wie wahrscheinlich ist es, dass die Anlage funktioniert?
b) Wie wahrscheinlich ist es, dass alle drei Bauteile gleichzeitig fehlerhaft sind?
c) Wie wahrscheinlich ist es, dass mindestens zwei Bauteile fehlerhaft sind?
d) Wie wahrscheinlich ist es, dass höchstens zwei Bauteile fehlerhaft sind?
e) Wie wahrscheinlich ist es, dass genau zwei Bauteile fehlerhaft sind?
f) Wie wahrscheinlich ist es, dass mindestens ein Bauteil fehlerhaft ist?
g) Wie wahrscheinlich ist es, dass genau ein Bauteil fehlerhaft ist?

43.) In einer Anlage wurden zwei Produkte wie folgt eingebaut.
Die einzelnen Produkte funktionieren mit einer Fehleranfälligkeit von 2 % bzw. 3 %.

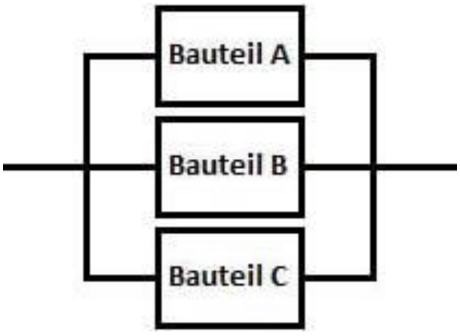
Wie wahrscheinlich ist es, dass die Anlage funktioniert?



44.) In einer Anlage wurden drei Produkte wie folgt eingebaut.

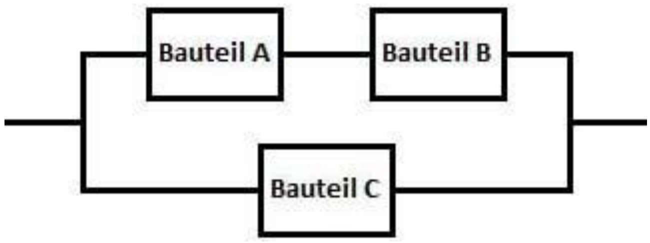
Die einzelnen Produkte funktionieren mit einer Fehleranfälligkeit von 2 %, 3 % bzw. 5 %.

Wie wahrscheinlich ist es, dass die Anlage funktioniert?



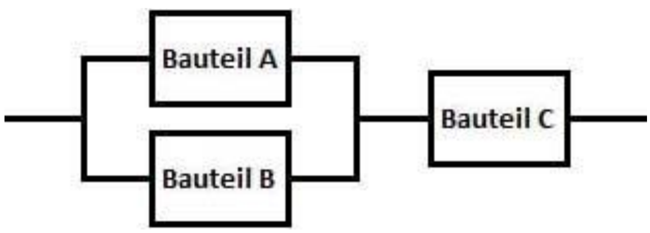
45.) In einer Anlage wurden drei Produkte wie folgt eingebaut. Die einzelnen Produkte funktionieren mit einer Fehleranfälligkeit von 2 %, 3 % bzw. 5 %.

Wie wahrscheinlich ist es, dass die Anlage funktioniert?



46.) In einer Anlage wurden drei Produkte wie folgt eingebaut. Die einzelnen Produkte funktionieren mit einer Fehleranfälligkeit von 2 %, 3 % bzw. 5 %.

Wie wahrscheinlich ist es, dass die Anlage funktioniert?



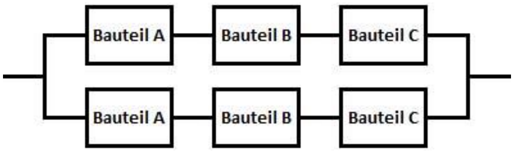
47.) In einem Elektrogerät sind elf Bauteile eingebaut. Das Gerät funktioniert nur, wenn alle Bauteile funktionieren. Fünf Bauteile haben eine Zuverlässigkeit von 100 %, drei Bauteile von 98 % und drei Bauteile von 95 %.

Mit welcher Zuverlässigkeit arbeitet das Elektrogerät?

48.) In einem Produkt sind drei Bauteile eingebaut. Die Bauteile arbeiten mit einer Zuverlässigkeit von 97 % (Bauteil A), 98 % (Bauteil B) und 99 % (Bauteil C).

a) Wie wahrscheinlich ist es, dass das Produkt funktioniert?

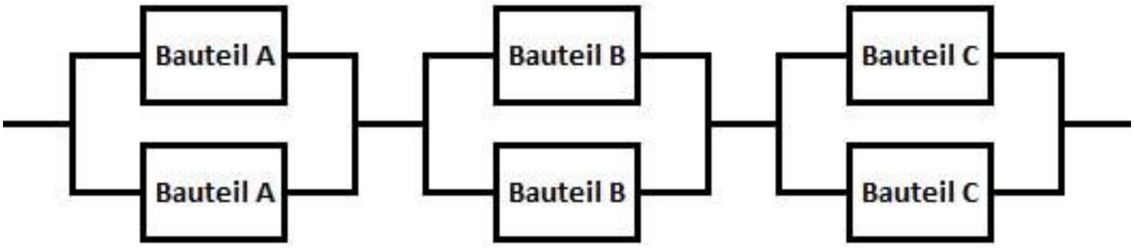
b) Um die Zuverlässigkeit des Produktes zu erhöhen, werden die gleichartigen Bauteile in einer zweiten Reihe als Ersatzvariante eingebaut.



Wie wahrscheinlich ist es, dass das Produkt nun funktioniert?

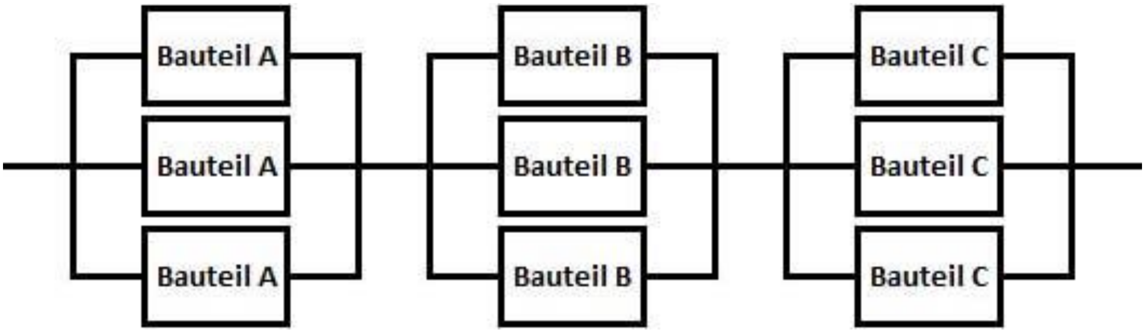
Diskutieren Sie beide Ergebnisse!

49.) In einem Produkt sind drei Bauteile eingebaut. Die Bauteile arbeiten mit einer Zuverlässigkeit von 97 % (Bauteil A), 98 % (Bauteil B) und 99 % (Bauteil C). Um die Zuverlässigkeit des Produktes zu erhöhen, werden die gleichartigen Bauteile jeweils parallel als Ersatzvariante eingebaut.



Wie wahrscheinlich ist es, dass das Produkt funktioniert?

50.) In einem Produkt sind drei Bauteile eingebaut. Die Bauteile arbeiten mit einer Zuverlässigkeit von 97 % (Bauteil A), 98 % (Bauteil B) und 99 % (Bauteil C). Um die Zuverlässigkeit des Produktes zu erhöhen, werden die gleichartigen Bauteile jeweils parallel als Ersatzvariante eingebaut.



Wie wahrscheinlich ist es, dass das Produkt funktioniert?

51.) Zwei Tennisspieler spielten schon oft gegeneinander. Dabei besiegte der Spieler A in 80 % der Sätze den Spieler B. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler B das heutige, über zwei Gewinnsätze gehende Spiel gewinnt?

52.) In einem Weinkeller lagern 250 Flaschen Weißwein und 150 Flaschen Rotwein. Ein Viertel der Weinflaschen stammt aus Südafrika. Von den Meißner Weinen sind zwei Drittel Weißweine. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus dem Weinkeller geholte Flasche ein Meißner Rotwein ist?

Aprüf FOS Musteraufgabe 4:

53.) Die Talsperre Carlsberg ist beliebtes Ziel für Radfahrer. Um die Talsperre herum führen zwei gekennzeichnete Radwege. Der eine Radweg (K) umrundet die Talsperre in 10 km, der zweite Radweg (L) hat eine Länge von 15 km. Die Hälfte der Radfahrer entscheidet sich für die kürzere Strecke. Man kann beobachten, dass 75 % der Radler einen Helm (H) aufsetzen. Am Ende beider Touren kommen die Radfahrer an der Gaststätte vorbei. Ein Drittel aller Radler macht dort Rast (R).

a) Stellen Sie diesen Sachverhalt in einem Baumdiagramm dar!

b) Beobachtet wird das Ereignis E („Ein Radfahrer fährt die längere Strecke **oder** macht an der Gaststätte Rast.“). Geben Sie das Ereignis in aufzählender Mengenschreibweise an und berechnen Sie dessen Wahrscheinlichkeit!

54.) Die folgende Anekdote wird dem Kurfürsten Friedrich Wilhelm von Brandenburg (1620 – 1688), dem Urgroßvater von König Friedrich II. von Preußen („Friedrich der Große“, 1712 – 1786), nachgesagt:

> Eines Tages desertierten zwei Brüder, um ihre sterbende Mutter noch einmal zu sehen. Einer der beiden sollte begnadigt, der andere hingerichtet werden. Die beiden, so hatte Friedrich Wilhelm entschieden, mußten um ihr Leben würfeln. Nachdem beide dreimal nacheinander jeweils Sechser gewürfelt hatten, begnadigte der Kurfürst alle beide.

Quelle: Jörg Meidenbauer: Lexikon der Geschichtsirrtümer, Seite 337

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein solches Ereignis eintritt?

55.)

David und Kathleen Long, britische Eheleute, haben eine Million Pfund im Lotto gewonnen – zum zweiten Mal. Die Wahrscheinlichkeit für so ein Doppel liegt laut Lotteriegesellschaft bei 283 Milliarden zu eins.

„Süddeutsche Zeitung“ vom 4. April 2015

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Lottospieler im Spiel „6 aus 49“ zweimal hintereinander alle sechs Zahlen richtig tippt!

Eines ist zwar richtig: von Hunderten gewinnt nur einer.
Aber was geht das mich an?

aus: „Der Spieler“ von Fjodor Michailowitsch DOSTOJEWSKI (1821 – 1881)