

Kombinatorik

1 Die Produktregel (auch: das Zählprinzip)

In der Kombinatorik werden die verschiedenen Möglichkeiten der **Anordnung** und der **Auswahl** von Elementen einer Menge untersucht (gezählt!).

Beim Lösen von Aufgaben zur Kombinatorik können in Abhängigkeit vom jeweiligen Problemtyp verschiedene Verfahren verwendet werden:

- die **Produktregel** und/oder
- die **Summenregel** und/oder
- die **Permutation** (mit oder ohne Wiederholung einzelner Elemente) und/oder
- die **Variation** (mit oder ohne Wiederholung einzelner Elemente) und/oder
- die **Kombination** (mit oder ohne Wiederholung einzelner Elemente).

Fakultät: ... ist eine mathematische Funktion, die einer natürlichen Zahl n das Produkt aller natürlichen Zahlen $\leq n$ zuordnet.

z. B.:	$0! = 1$	$= 1$
	$1! = 1$	$= 1$
	$2! = 2 \cdot 1$	$= 2$
	$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$	$= 6$
	$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$	$= 24$
	$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$	$= 120$
	$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$	$= 720$
	$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$	$= 5.040$

Produktregel:

- einen Vorgang in kleinere Schritte zerlegen:
- für den 1. Schritt gibt es n Möglichkeiten
 - für den 2. Schritt gibt es $n - 1$ Möglichkeiten
 - für den 3. Schritt gibt es $n - 2$ Möglichkeiten
 - :
 - für den n . Schritt gibt es eine Möglichkeit

- 1.) Wie viele verschiedene Anordnungen mit drei unterschiedlichen Buchstaben lassen sich aus acht verschiedenen Buchstaben bilden?

- 2.) Jemand hat zehn verschiedene Bonbons und verteilt davon an fünf Kinder je einen Bonbon. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Verteilung gibt es?

- 3.) Wie viele verschiedene zweistellige Zahlen kann man ...
a) ... aus den Ziffern 5, 6, 7, 8, 9 bilden,
b) ... aus den Ziffern 0, 2, 4, 6, 8 bilden,
wenn jede Zahl aus zwei verschiedenen Ziffern bestehen soll?

4.) Wie viele verschiedene zweistellige Zahlen gibt es?

5.) Wie viele verschiedene dreistellige Zahlen kann man aus den Ziffern
a) 5, 6, 7, 8, 9
b) 0, 2, 4, 6, 8
bilden, wenn jede Zahl aus drei verschiedenen Ziffern bestehen soll?

6.) Wie viele verschiedene dreistellige Zahlen kann man aus den Ziffern
a) 5, 6, 7, 8, 9 bilden?
b) 0, 2, 4, 6, 8 bilden?

Teilbarkeit der Zahlen

Eine Zahl ist teilbar durch ...

- 2, wenn die letzte Ziffer durch 2 teilbar ist.
- 3, wenn die Quersumme durch 3 teilbar ist.
- 4, wenn die letzten zwei Ziffern durch 4 teilbar sind.
- 5, wenn die letzte Ziffer 0 oder 5 ist.
- 6, wenn die Zahl gleichzeitig durch 2 und durch 3 teilbar ist.
- 8, wenn die letzten drei Ziffern durch 8 teilbar sind.
- 9, wenn die Quersumme durch 9 teilbar ist.
- 10, wenn die letzte Ziffer 0 ist.
- 11, wenn die alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist.
(z. B.: Die alternierende Quersumme von 2.574 ist $4 - 7 + 5 - 2 = 0$, also ganzzahlig,
z: B.: Die alternierende Quersumme von 107.283 ist $3 - 8 + 2 - 7 + 0 - 1 = 11$.)
- 15, wenn die Zahl gleichzeitig durch 3 und durch 5 teilbar ist.
- 16, wenn die letzten vier Ziffern durch 16 teilbar sind.
- 20, wenn die letzten zwei Ziffern durch 20 teilbar sind.
- 25, wenn die letzten zwei Ziffern durch 25 teilbar sind.

7.) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen ...

- a) ... gibt es?
- b) ... beginnen mit 7?
- c) ... enden mit 4?
- d) ... beginnen mit 7 und enden mit 4?
- e) ... enthalten nicht die Ziffer 3?
- f) ... sind durch 5 teilbar?
- g) ... sind gerade Zahlen?

8.) Dreimal wird ein Würfel geworfen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, dass die einzelnen Augenzahlen der Würfe verschieden sind?

9.) Bei einer Volkszählung wird nach den Merkmalen

- Geschlecht mit zwei Merkmalsausprägungen,
- Familienstand mit vier Merkmalsausprägungen,
- Religion mit sechs Merkmalsausprägungen

gefragt. Wie viele unterschiedliche Varianten gibt es, diese drei Fragen zu beantworten?

10.) In einer Schule gibt es drei Klassen mit je 20 Schülern. Aus jeder Klasse nimmt der Klassensprecher und sein Vertreter an der Klassensprecherversammlung teil. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Zusammensetzung der Klassensprecherversammlung gibt es?

11.) Es wird dreimal hintereinander mit einem Würfel geworfen. Wie viele verschiedene Anordnungen der Zahlen 1 bis 6 sind möglich?

- 12.) Wie viele verschiedene Zulassungsschilder für Kraftfahrzeuge sind möglich, wenn die Schilder immer zwei Buchstaben (Es gibt 26 Buchstaben.) und ...
... drei Ziffern (ohne Vornullen) enthalten?
... vier Ziffern (ohne Vornullen) enthalten?

- 13.) Wie viele vierbuchstabile Buchstabenkombinationen gibt es ...
a) ... mit verschiedenen Buchstaben? (Es gibt 26 Buchstaben.)
b) ... mit verschiedenen Buchstaben, aber ohne X?

2 Die Summenregel

- Zerlegen der Aufgabenstellung in verschiedene Fälle
- Ermitteln der Anzahl der Möglichkeiten für jeden dieser Fälle
- Addieren dieser Anzahlen

14.) Wie viele verschiedene Zahlen kann man mit den Ziffern 3, 5, 6 und 7 bilden, wenn keine Zahl gleiche Ziffern enthalten soll?



15.) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen enthalten die Ziffer 3?

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

16.) Wie viele verschiedene vierstellige gerade Zahlen enthalten die Ziffer 3?

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

17.) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen enthalten die Ziffer 3 und/oder die Ziffer 5?

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

18.) Wie viele verschiedene vierstellige gerade Zahlen enthalten die Ziffer 3 und/oder die Ziffer 5?

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

19.) Wie viele verschiedene vierstellige ungerade Zahlen enthalten die Ziffer 3 und/oder die Ziffer 5?

--	--	--	--

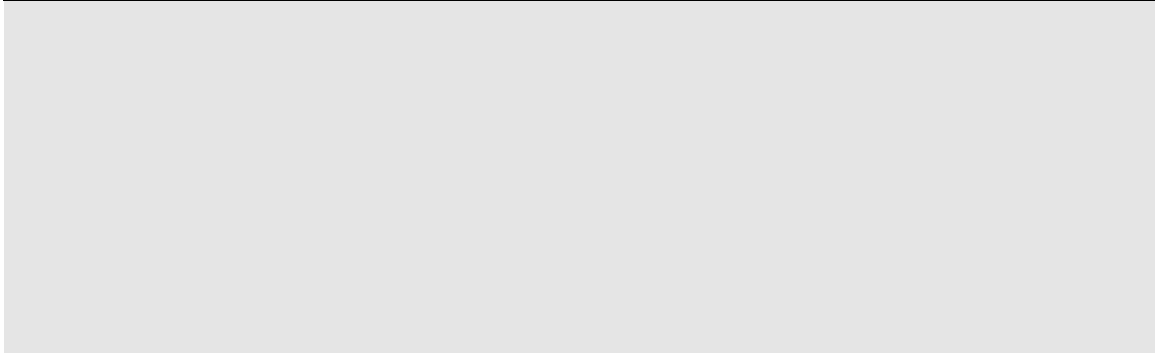
--	--	--	--

--	--	--	--

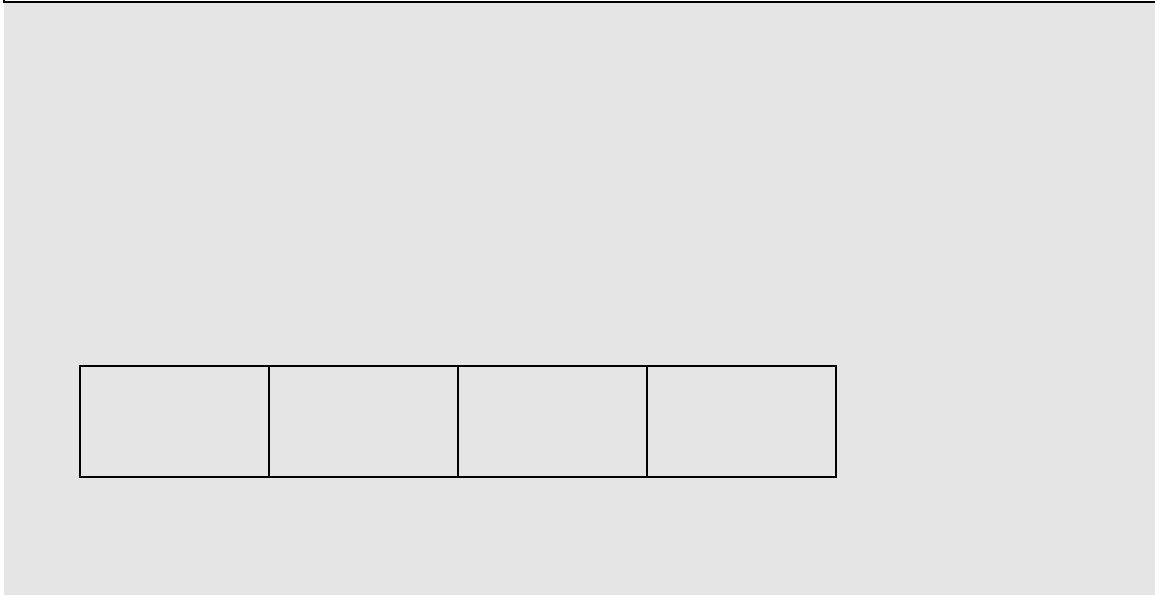
--	--	--	--

--	--	--	--

20.) In der Fußball-Bundesliga spielen 18 Mannschaften jeder gegen jeden in einer Hin- und einer Rückrunde. Wie viele Partien sind das insgesamt?



21.) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen enthalten nur die Ziffer 2 oder nur die Ziffer 5?



--	--	--	--

22.) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen enthalten entweder die Ziffer 3 oder die Ziffer 5?

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

23.) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen enthalten sowohl die Ziffer 3 als auch die Ziffer 5?

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

--	--	--	--

- 24.) In einer Berufsschule gibt es im 1. Lehrjahr zwei Klassen mit je 25 Schülern, im 2. Lehrjahr eine Klasse mit 23 Schülern und im 3. Lehrjahr eine Klasse mit 20 Schülern. Aus jeder Klasse nehmen der Klassensprecher und sein Vertreter an der Klassensprecherversammlung teil. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Zusammensetzung dieser Versammlung gibt es?

- 25.) Wie viele verschiedene dreistellige Zahlen kann man ...
- a) ... mit den Ziffern 5, 6, 7, 8, 9
 - b) ... mit den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4
- bilden, wenn jede Zahl aus drei unterschiedlichen Ziffern bestehen soll?

--	--	--

--	--	--

- 26.) Wie viele verschiedene gerade dreistellige Zahlen kann man ...
- a) ... mit den Ziffern 5, 6, 7, 8, 9
 - b) ... mit den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4
- bilden, wenn jede Zahl aus drei unterschiedlichen Ziffern bestehen soll?

--	--	--

--	--	--

--	--	--

- 27.) Wie viele verschiedene ungerade dreistellige Zahlen kann man ...
- a) ... mit den Ziffern 5, 6, 7, 8, 9
 - b) ... mit den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4
- bilden, wenn jede Zahl aus drei unterschiedlichen Ziffern bestehen soll?

--	--	--

--	--	--

28.) Wie viele durch 4 teilbare dreistellige Zahlen kann man mit den Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 bilden, wenn jede Zahl aus unterschiedlichen Ziffern besteht?

--	--

29.) Wie viele durch 4 teilbare dreistellige Zahlen kann man mit den Ziffern 0, 1, 2, 3 und 4 bilden, wenn jede Zahl aus unterschiedlichen Ziffern besteht?

--	--

--	--

30.) Wie viele durch 4 teilbare vierstellige Zahlen gibt es?

--	--	--

31.) Wie viele durch 4 teilbare vierstellige Zahlen kann man mit den Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 bilden?

--	--	--

32.) Wie viele durch 4 teilbare vierstellige Zahlen kann man mit den Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 bilden, wenn jede Zahl aus unterschiedlichen Ziffern besteht?

--	--	--

33.) Wie viele durch 4 teilbare vierstellige Zahlen gibt es, wenn jede Zahl aus unterschiedlichen Ziffern bestehen soll?

--	--	--

--	--	--

- 34.) Wie viele durch 8 teilbare fünfstellige Zahlen kann man mit den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4 bilden, wenn jede Zahl aus unterschiedlichen Ziffern besteht?

--	--	--	--	--

--	--	--	--	--

- 35.) Wie viele verschiedene durch 15 teilbare vierstellige Zahlen kann man mit den Ziffern 3, 4, 5 und 6 bilden, wenn jede Zahl aus vier unterschiedlichen Ziffern bestehen soll?

--	--	--	--

- 36.) Wie viele verschiedene durch 15 teilbare vierstellige Zahlen kann man mit den Ziffern 0, 1, 3, und 5 bilden, wenn jede Zahl aus vier unterschiedlichen Ziffern bestehen soll?

--	--	--	--

--	--	--	--

- 37.) Wie viele verschiedene durch 5 teilbare dreistellige Zahlen kann man mit den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, und 5 bilden, wenn jede Zahl aus drei unterschiedlichen Ziffern bestehen soll?

--	--	--

--	--	--

- 38.) Wie viele verschiedene durch 25 teilbare dreistellige Zahlen kann bilden, wenn jede Zahl aus drei unterschiedlichen Ziffern bestehen soll?

--	--	--

--	--	--

3 Die Permutation, die Variation und die Kombination

Permutation: alle Elemente

Wie viele Möglichkeiten gibt es, alle n Elemente einer Menge anzuordnen, wobei die Reihenfolge berücksichtigt wird?

z. B.: Wie viele Möglichkeiten der Anordnung der Buchstaben des Wortes **RIES** gibt es? (Permutation ohne Wiederholung)

z. B.: Wie viele Möglichkeiten der Anordnung der Buchstaben des Wortes **ADAM** gibt es? (Permutation mit Wiederholung)

Variation: geordnete Stichprobe

Wie viele Auswahlmöglichkeiten von k Elementen aus einer Grundmenge von n Elementen gibt es, wenn man die Reihenfolge der gezogenen Elemente berücksichtigt?

z. B.: Wie viele verschiedene „Wort“schöpfungen mit drei verschiedenen Buchstaben gibt es? (Variation ohne Wiederholung)

z. B.: Wie viele verschiedene „Wort“schöpfungen mit drei (unter Umständen gleichen) Buchstaben gibt es? (Variation mit Wiederholung)

Kombination: ungeordnete Stichprobe

Wie viele Auswahlmöglichkeiten von k Elementen aus einer Grundmenge von n Elementen gibt es, wenn die Reihenfolge der gezogenen Elemente keine Bedeutung hat?

z. B.: Wie viele verschiedene Tipps gibt es beim Lottospiel „6 aus 49“? (Kombination ohne Wiederholung)

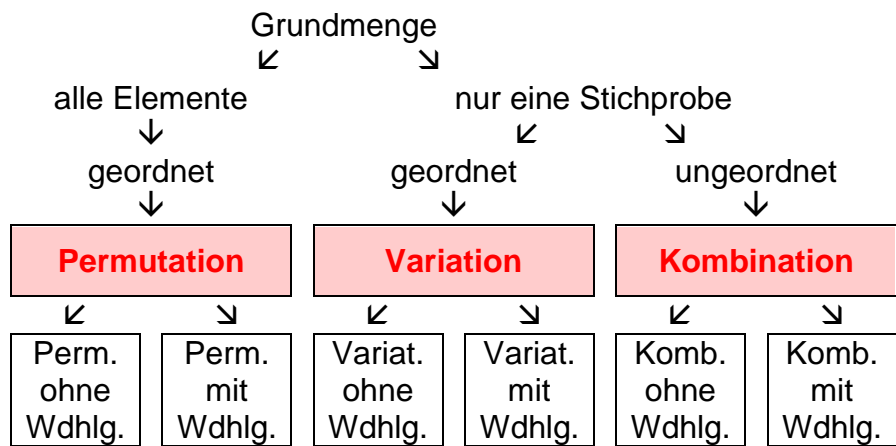
z. B.: Wie viele verschiedene Ergebnisse gibt es beim einmaligen Werfen von zwei Würfeln? (Kombination mit Wiederholung)

Werden alle Elemente der Grundmenge berücksichtigt?

Grundmenge

Ist die Anordnung/Reihenfolge der Elemente bedeutsam?

Gibt es Wiederholungen (Zurücklegen) von Elementen?



	ohne Wiederholung	mit Wiederholung
Permutation	$P = n!$	$P = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$
Variation	$V = \frac{n!}{(n-k)!}$	$V = n^k$
Kombination	$C = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$	$C = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)! \cdot k!}$

Der **Binomialkoeffizient** gibt an, auf wie viele verschiedene Arten man k Objekte aus einer Gesamtmenge von n verschiedenen Objekten ohne Zurücklegen und ohne Beachten der Reihenfolge auswählen kann.

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

spricht: „n über k“

Beispiele:

$$\binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \cdot (7-2)!} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 21$$

$$\binom{35}{5} = \frac{35!}{5! \cdot (35-5)!} = \frac{35!}{5! \cdot 30!} = \frac{35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32 \cdot 31}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = \frac{n!}{n! \cdot 0!} = 1$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = \frac{(n-1)! \cdot n}{(n-1)! \cdot 1!} = n$$

39.) Lösen Sie die Brüche auf!

a) $\frac{6!}{3}$

b) $\frac{84!}{81! \cdot 3!}$

c) $(n+1) \cdot n!$

d) $\frac{(n+2)!}{n!}$

e) $\frac{n!}{(n-2)!}$

f) $\frac{(n-1)!}{n-1}$

g) $\frac{(n+1)!}{n!}$

h) $\frac{n!}{(n-1)!}$

i) $\frac{n!}{n-1}$

j) $\frac{(n-1)!}{(n-2)!}$

k) $\frac{94!}{92! \cdot 2!}$

l) $\frac{2! \cdot 4!}{4}$

40.) Lösen Sie die Brüche auf!

a) $\frac{(n+3)!}{(n+1)!}$

b) $\frac{n!}{(n-2)}$

c) $\frac{(n+1)!}{n-1}$

d) $\frac{(n+1)!}{(n+1)!}$

e) $\frac{n!}{n}$

- 41.) Fünf verschiedene Bücher werden an fünf Personen verteilt.
- Wie viele verschiedene Verteilungsmöglichkeiten gibt es?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jede Person das ihr zugedachte Buch bei zufälliger Verteilung erhält?

- 42.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten haben sieben Gäste, sieben Stühle zu besetzen?

- 43.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, aus den Ziffern 5, 6, 7, 8 und 9 dreistellige Zahlen zu bilden?

- 44.) Elf Glasperlen (vier rote, drei grüne, zwei gelbe und zwei weiße) werden aufgefädelt. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung gibt es?

- 45.) Elf nummerierte Glasperlen (vier rote, drei grüne, zwei gelbe und zwei weiße) werden aufgefädelt.
Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung gibt es?

- 46.) Wie viele verschiedene zweistellige Zahlen kann man bilden, wenn ...
- a) ... die Ziffern 2, 5, 7 zur Verfügung stehen?
 - b) ... die Ziffern 2, 5, 7, 8 zur Verfügung stehen?
 - c) ... die Ziffern 2, 5, 7, 8, 9 zur Verfügung stehen?

- 47.) Die Startfolge der sechs Läufer A, B, C, D, E, F wird durch Losziehen bestimmt.
- a) Wie viele mögliche Startfolgen gibt es?
 - b) Wie wahrscheinlich ist die Startfolge C, E, D, A, B, F?

- 48.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, acht Männer auf zwölf nummerierten Stühlen zu platzieren?

- 49.) Wie viele verschiedene Würfelergebnisse können beim einmaligen Werfen von drei nicht unterscheidbaren Würfeln erzielt werden?
(Die Zahl der Würfelergebnisse eines Würfels ist n , die Zahl der Würfel ist k .)

50.) In einer Ebene liegen vier Punkte P_1, P_2, P_3, P_4 , die von P_4 aus nacheinander durchlaufen werden. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?

51.) Wie viele verschiedene Würfelresultate können beim einmaligen Werfen von drei nicht unterscheidbaren Würfeln erzielt werden ohne Wiederholung einzelner Würfelresultate?
(Die Zahl der Würfelresultate eines Würfels ist n , die Zahl der Würfel ist k .)

52.) Ein Zug besteht aus einer Lokomotive, fünf Kesselwagen, drei Tiefladewagen, vier Güterwagen, zwei Tiefkühlwagen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung gibt es, wenn die Lokomotive immer vorn ist?

53.) Ein Zug besteht aus einer Lokomotive, fünf Kesselwagen, drei Tiefladewagen, vier Güterwagen, zwei Tiefkühlwagen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung gibt es, wenn die Lokomotive entweder vorn oder ganz hinten ist?

54.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, fünf Personen auf fünf nummerierten Stühlen zu platzieren?

55.) An einem Skirennen nehmen 20 Läufer teil. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die ersten drei Plätze in der Reihenfolge 1. Platz, 2. Platz, 3. Platz?

56.) Im Büro stehen sechs blaue und drei rote Stühle. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, diese neun Stühle für sechs Männer (blaue Stühle) und drei Frauen (rote Stühle) aufzustellen?

57.) Auf wie viele Arten kann man sechs verschiedene Bücher anordnen?

58.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, neun Männer in einem Hotel mit je einem 2-, 3- und 4-Bett-Zimmer unterzubringen?

59.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten haben neun Personen, sich in einer Reihe aufzustellen?

60.) Wie viele verschiedene Anordnungen für die 26 Buchstaben des Alphabetes gibt es, wenn jeder Buchstabe genau einmal verwendet werden darf?

61.) Beim Skat erhält jeder der drei Spieler zehn Karten. Zwei Karten liegen im Skat. Wie viele verschiedene Kartenverteilungen gibt es?

- 62.) Wie viele verschiedene achtstellige Anordnungen der Elemente der Menge $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ beginnen ...
- a) ... mit 6, wenn keine Ziffer mehrmals auftreten darf?
 - b) ... mit 234, wenn keine Ziffer mehrmals auftreten darf?
 - c) ... mit 7534, wenn keine Ziffer mehrmals auftreten darf?

- 63.) Aus Karton werden die drei Ziffern 5, 7 und 8 ausgeschnitten.
Wie viele verschiedene zweistellige Zahlen kann man damit bilden?

- 64.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, aus den Ziffern 0, 1, 2, 3 und 4 dreistellige Zahlen (also: Zahlen mit genau drei Stellen und ohne Vornull) zu bilden?

- 65.) Wie viele Geraden gibt es zwischen sechs Punkten, wenn immer nur zwei Punkte miteinander verbunden werden?

- 66.) a) Wie viele fünfstellige natürliche Zahlen gibt es?
b) Wie viele fünfstellige natürliche Zahlen sind ungerade?
c) Wie viele fünfstellige natürliche Zahlen sind gerade?
d) Wie viele fünfstellige natürliche Zahlen haben verschiedene Ziffern?
e) Wie viele fünfstellige natürliche Zahlen bestehen nur aus den Ziffern 6 und/oder 7?

--	--	--	--	--

--	--	--	--	--

--	--	--	--	--

--	--	--	--	--

--	--	--	--	--

- 67.) Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Buchstaben des Wortes **LEHRER** anordnen?

- 68.) Zwei Abteilungen eines Unternehmens sollen geeignete Personen in eine Kommission entsenden. Aus der Abteilung A sollen vier, aus der Abteilung B drei Personen in die Kommission entsandt werden. In der Abteilung A gibt es zwölf, in der Abteilung B zehn geeignete Personen.
- Wie viele Varianten der Zusammensetzung gibt es?
 - Eine bestimmte Person aus der Abteilung A soll unbedingt Mitglied der Kommission sein. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es dann noch?

- 69.)
- Eine Urne enthält 10 rote und 5 grüne Kugeln. Man zieht viermal eine Kugel **mit Zurücklegen**. Wie viele mögliche Ausgänge hat das Experiment?
 - Eine Urne enthält r rote und g grüne Kugeln. Man zieht n -mal eine Kugel **mit Zurücklegen**. (Es gelten: $n \leq r$ und $n \leq g$)
Wie viele mögliche Ausgänge hat das Experiment?
 - Eine Urne enthält 10 rote und 5 grüne Kugeln. Man zieht viermal eine Kugel **ohne Zurücklegen**. Wie viele mögliche Ausgänge hat das Experiment?
 - Eine Urne enthält r rote und g grüne Kugeln. Man zieht n -mal eine Kugel **ohne Zurücklegen**. (Es gelten: $n \leq r$ und $n \leq g$)
Wie viele mögliche Ausgänge hat das Experiment?
 - Eine Urne enthält 10 rote und 5 grüne Kugeln. Man zieht sechsmal eine Kugel **ohne Zurücklegen**.
Wie viele mögliche Ausgänge hat das Experiment?

- 70.) Uwe schießt dreimal auf eine Zielscheibe mit von 1 bis 10 nummerierten Kreisen. (Hinweis: Fehlschüsse sind auch möglich!)
- a) Wie viele verschiedene Schussergebnisse (im Sinne der einzelnen Treffer, des Trefferbildes) kann er bei drei Schüssen erhalten?
 - b) Wie viele verschiedene Schießergebnisse (im Sinne des Gesamtergebnisses, der Ringe) gibt es?

- 71.) Wie viele verschiedene Fahrkarten braucht man für eine Bergbahn mit vier Haltestellen, wenn es für jede Haltestelle eine andere Fahrkarte gibt, man bei jeder Haltestelle ein- und aussteigen kann,
- a) ohne Retourfahrkarten
 - b) mit Retourfahrkarten
- zu jeweils einer bestimmten Station? (Hinweis: Unterbrechungen der Fahrt gibt es keine. Wer einmal ausgestiegen ist, muss eine neue Fahrkarte lösen.)

- 72.) In einem Kasten mit Gewichten für eine Waage befinden sich elf Wägestücke zu 1, 2, 5, 10, 50, 100, 500 g und 1, 2, 5, 10 kg.
Wie viele verschiedene Gesamtgewichte lassen sich bilden?

Witz:

Eine Blondine kaufte einen Lottoschein für „6 aus 49“. Kaum liest sie in der Zeitung die Gewinnzahlen, zerreißt sie ihren Lottoschein und schimpft: „So ein Mist. 43 Falsche!“

73.) Wie viele verschiedene Tipps gibt es beim Lottospiel "6 aus 49"?

74.) Eine Schulklasse mit acht Jungen und neun Mädchen übernachtet im Hotel. Für die Jungen gibt es zwei Vierbettzimmer, für die Mädchen je ein Zwei-, Drei- und Vierbettzimmer. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Bettenverteilung gibt es, wenn es gleichgültig ist, wer z. B. in einem Zweibettzimmer im linken oder rechten Bett schläft?

75.) Kerstin fädelt vier rote, drei blaue und fünf weiße Perlen auf eine Schnur. Wie viele verschiedene Anordnungen der Perlen gibt es?

- 76.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, mit einem Griff zwei nummerierte weiße Kugeln ...
- a) ... aus sechs verschiedenen weißen Kugeln zu ziehen?
 - b) ... aus sechs weißen und vier schwarzen Kugeln zu ziehen?
 - c) ... aus zwei weißen und acht schwarzen Kugeln zu ziehen?
 - d) ... aus einer weißen und neun schwarzen Kugeln zu ziehen?

77.)

Flinzstraße
Flinkowa dróha

aus: „Leipzigisches Geschicht-Buch“ von 1756, Seite 2

In Bautzen gibt es eine Flinzstraße, die nach dem vor 1000 Jahren in dieser Gegend verehrten Gott benannt ist. Die Schreibweise ist verschieden: mit F oder V am Anfang, mit I oder Y in der Mitte, mit einem oder zwei N sowie am Ende mit Z, S oder ß. Wie viele verschiedene Schreibweisen gibt es insgesamt?

Anno 724

Oder wie andere wollen 728. soll der Heil. Bonifacius, zuver Wunifridus / den man insgemein den Thüringer-Francken, und Hessen, Apostel nennet / da er diß, und jenseits der Saale auff Scheiß des Pabstes das Evangelium geprediget und viel Heyden zum Christlichen Glauben bekehret / auch nach Leipzig kommen / den schändlichen Abgott Flyntz, welcher auff einem Flynssteine gestanden / und die Gestalt eines Todten-Grippes vorgestellt / mit einem langen Mantel behangen / dessen rechte Hand einen Stab mit einem Blas, Feuer gehalten / und auff der linken Schulter ein auffgerichteter Löwe sich gelehnet / vor dem Rahnstädter Thor auff dem Mühl-Graben / dem Gasthoff zur Laute gegen über / zerstöhret / und an dessen Stelle das Kirchlein zu St. Jacob / sambt den Schotten Gäßlein / aniezo Rawendorff genandt / an den Orth wo die Pleisse und Elster zusammen fließen / gefufftet und gebauet haben.

--	--	--	--	--	--

- 78.) Wie viele dreistellige Anordnungen ohne Wiederholung gibt es ...
- a) ... aus der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$?
 - b) ... aus einer Menge mit sieben verschiedenen Ziffern (ohne Null)?

- 79.) Wie viele verschiedene Multiplikationsaufgaben enthält das kleine Einmaleins (Zahlen 1 bis 10)? (Hinweis: Die Aufgaben $7 \cdot 8$ und $8 \cdot 7$ gelten als gleich.)

- 80.) Aus einer Urne mit zehn verschiedenen nummerierten Kugeln werden vier Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Ziehung gibt es, wenn die Anordnung der gezogenen Kugeln bedeutsam ist?

- 81.) Aus einer Urne mit vier roten, zwei blauen und drei grünen Kugeln, die von 1 bis 9 nummeriert sind, wird dreimal hintereinander je eine Kugel mit Zurücklegen gezogen. Wie viele verschiedene Ziehungen ohne Berücksichtigung der Reihenfolge gibt es?

82.) Eine Geldbörse könnte je eine Münze im Wert von einem, zwei, fünf, zehn und 50 Cent sowie einer, zwei, fünf und zehn Euro enthalten.
Wie viele verschiedene Zusammenstellungen von Münzen gibt es?

83.) Aus einer Urne mit acht nummerierten Kugeln werden ...
a) ... drei Kugeln mit einem Griff gezogen.
b) ... dreimal eine Kugel (mit Zurücklegen, ohne Anordnung) gezogen.
Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es jeweils?

84.) Wie viele verschiedene Tipps gibt es im Lottospiel „5 aus 35“?

85.) Der Kilometerzähler eines Pkw. besitzt fünf Stellen.
Wie viele Möglichkeiten gibt es, dass ...
a) ... alle Stellen gleich sind?
b) ... alle Stellen verschieden sind?

86.) Zwölf Boxer sollen gegeneinander boxen, jedoch jede Paarung nur einmal. Wie viele verschiedene Paarungen sind möglich?

87.) Wie viele Anordnungen mit drei Buchstaben (ohne Wiederholungen) lassen sich aus ...
a) ... 10 verschiedenen Buchstaben bilden?
b) ... 26 verschiedenen Buchstaben bilden?

88.) Aus einer Urne mit vier roten, zwei blauen und drei grünen Kugeln, die nicht nummeriert sind, werden dreimal hintereinander je eine Kugel mit Zurücklegen gezogen. Wie viele verschiedene Ziehungen sind unter Berücksichtigung der Reihenfolge der Kugeln möglich?

89.) Für den Druck eines Buches gibt es neun Farben. Es sollen vier unterschiedliche Farben in bestimmter Reihenfolge verwendet werden. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Farbzusammenstellung gibt es?

90.) Aus einer Datenbank mit 50 verschiedenen Aufgaben werden vier verschiedene Aufgaben ausgewählt. Wie viele verschiedene Auswahlmöglichkeiten gibt es?

--

91.) Wie viele unterschiedliche Anordnungen mit drei Buchstaben (mit Wiederholungen) lassen sich aus ...
a) ... 10 verschiedenen Buchstaben bilden?
b) ... 26 verschiedenen Buchstaben bilden?

--

92.) Es wird dreimal hintereinander mit einem Würfel gewürfelt.
a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Ergebnisse gibt es?
b) Wie viele Möglichkeiten für verschiedene Augenzahlen gibt es?
c) Wie viele verschiedene Augensummen gibt es?

<table border="1"><tr><td style="width: 30%; height: 30px;"></td><td style="width: 30%; height: 30px;"></td><td style="width: 30%; height: 30px;"></td></tr></table>			

- 93.) An einem Wettkampf sind 16 Sportler (A, B, C, ..., N, O, P) beteiligt.
Wie viele verschiedene Möglichkeiten für ...
- a) ... die ersten 3 Plätze in der Reihenfolge 1, 2, 3 gibt es?
 - b) ... die ersten 3 Plätze gibt es insgesamt ohne Beachtung der Reihenfolge?
 - c) ... den 3. Platz gibt es?

- 94.) Ein Dominostein besteht aus der Kombination von jeweils zwei Zahlen. Es gibt Zahlen von 0 bis 6. Aus wie vielen verschiedenen Steinen besteht ein Spiel?

- 95.) Bei einem Pferderennen laufen die acht Pferde A, B, C, ..., H.
- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Belegung der ersten drei Plätze?
 - b) Wie wahrscheinlich ist der Einlauf der Pferde in der Reihenfolge G, A, D?

- 96.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat ein Schütze, zwei Schüsse (k) abzugeben, bei fünf Gewehren (n) an der Schießbude, wenn ...
- a) ... es möglich ist, beide Schüsse mit dem gleichen Gewehr abzugeben und die Reihenfolge der benutzten Gewehre bedeutsam ist.
 - b) ... es möglich ist, beide Schüsse mit dem gleichen Gewehr abzugeben und die Reihenfolge der benutzten Gewehre nicht bedeutsam ist.
 - c) ... es nicht möglich ist, beide Schüsse mit dem gleichen Gewehr abzugeben und die Reihenfolge der benutzten Gewehre bedeutsam ist.
 - d) ... es nicht möglich ist, beide Schüsse mit dem gleichen Gewehr abzugeben und die Reihenfolge der benutzten Gewehre nicht bedeutsam ist.

97.) Wie viele verschiedene Tipps gibt es bei einem Rennen mit zwölf Pferden, wenn man die drei Erstplatzierten in der richtigen Reihe wetten soll?

98.) Sechs Personen sitzen an einem runden Tisch ...
a) ... mit sechs Stühlen.
b) ... mit acht Stühlen.
Auf wie viele verschiedene Arten können die sechs Personen auf den nummerierten Stühlen Platz nehmen?

99.) Eine Menge enthält 10 Elemente. Davon werden 5 Elemente ohne Beachten der Anordnung gezogen. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten gibt es?

100.) In einem Schrank sind zehn Schubladen. Es sollen von insgesamt vier Kleidungsstücken jeweils ein Kleidungsstück in eine Schublade gelegt werden. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?

- 101.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, sechs Männer in ...
- a) ... zwei Einzel- und zwei Doppelzimmern
 - b) ... je einem Einzel-, Doppel- und Dreibettzimmer unterzubringen?

- 102.) Neun nummerierte Sitzplätze für ein Theaterstück werden an neun Gäste verteilt. Wie viele verschiedene Verteilungsmöglichkeiten gibt es?

- 103.) Ein Wettschein der 11er Wette des Fußballtotos wird ohne Sachkenntnis ausgefüllt (11 Spiele, drei Ausgänge: 0 für Unentschieden, 1 für Heimsieg, 2 für Auswärtssieg). Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?

- 104.) Wie viele verschiedene fünfstellige natürliche Zahlen gibt es ...
- a) ... mit Wiederholung von Ziffern?
 - b) ... ohne Wiederholung von Ziffern?

- 105.) Eine Urne enthält zehn rote und drei grüne nummerierte Kugeln.
- a) Vier Kugeln werden ohne Zurücklegen gezogen.
 - b) Vier Kugeln werden mit Zurücklegen gezogen.
- Wie viele Ergebnisse ohne Beachtung der Reihenfolge sind jeweils möglich?

- 106.) Beim Abfahrtslauf starten zehn Läufer. Wie viele verschiedene Startfolgen sind möglich?

- 107.) Beim Abfahrtslauf starten zehn Läufer. Wie viele verschiedene Startfolgen sind möglich, wenn die vier besten Läufer in der Gruppe A und die restlichen Läufer in der Gruppe B starten?

- 108.) Wie viele verschiedene Zeichen kann man darstellen ...
- a) ... mit einem Byte? (Hinweis: Ein Byte besteht aus acht Bit.)
 - b) ... auf einem 5-Kanal-Lochstreifen?
 - c) ... in Blindenschrift mit sechs Punkten?

- 109.) Bei einem Pferderennen mit neun Pferden kann man ...
- a) ... auf den Sieger wetten.
 - b) ... auf die ersten drei Pferde wetten.
 - c) ... auf die ersten drei Pferde in richtiger Reihenfolge wetten.
- Wie viele verschiedene Wettmöglichkeiten gibt es jeweils?

- 110.) An einem Rennen nehmen 100 Läufer teil. Wie viele Möglichkeiten gibt es ...
- a) ... für die ersten drei Plätze als Ganzes?
 - b) ... für die ersten drei Plätze in der Reihenfolge 1, 2, 3?

111.) Beim Abfahrtslauf starten zehn Läufer. Wie viele verschiedene Startfolgen sind möglich, wenn die vier besten Läufer in der Gruppe A, vier Läufer in der Gruppe B und die zwei schwächsten Läufer in der Gruppe C starten?

112.) Ein Wort besteht aus acht Buchstaben. Es soll geprüft werden, ob einzelne Buchstaben doppelt in dem Wort enthalten sind. Wie viele Vergleichsoperationen sind dazu notwendig?

113.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, aus den Ziffern 1 bis 9 dreistellige Zahlen zu bilden?

114.) Ein Student besitzt sechs Lehrbücher. Auf wie viele verschiedene Arten kann er sie im Bücherschrank anordnen?

- 115.) Zwölf verschiedene Sammlermünzen können in 20 Schachteln aufbewahrt werden. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, wenn in jeder Schachtel maximal nur eine Münze liegen soll?

- 116.) Wie viele verschiedene Spielpaarungen gibt es, wenn 15 Tennisspieler jeder gegen jeden gegeneinander im Einzel spielen?

- 117.) 15. Mathematik-Olympiade 1975/1976, 2. Stufe (Kreisolympiade), 10. Klasse, Aufgabe 1:
Vor dem Beginn eines Pferderennens fachsimpeln Zuschauer über den möglichen Einlauf der drei Favoriten A, B und C.
Zuschauer 1: „A oder C gewinnt.“
Zuschauer 2: „Wenn A Zweiter wird, gewinnt B.“
Zuschauer 3: „Wenn A Dritter wird, dann gewinnt C nicht.“
Zuschauer 4: „A oder B wird Zweiter.“
Nach dem Einlauf stellt sich heraus, dass die drei Favoriten A, B, C tatsächlich die ersten drei Plätze belegten und dass alle vier Aussagen wahr waren.
Wie lautet der Einlauf?